

NÍVEL III- Segunda Fase – 2011, Ensino médio

Nome completo do aluno	
<input type="text"/>	
Endereço completo do aluno (Rua, Av., nº)	
<input type="text"/>	
Complemento	Bairro
<input type="text"/>	<input type="text"/>
Cidade	UF
<input type="text"/>	<input type="text"/>
Endereço eletrônico (email)	CEP
<input type="text"/>	<input type="text"/>
Assinatura	DDD
<input type="text"/>	<input type="text"/>
	Telefone
	<input type="text"/>
	DDD
	<input type="text"/>
	Telefone (outro)
	<input type="text"/>

Preencha e confira os dados acima com muita atenção!

INSTRUÇÕES PARA PROVA

1. Preencha cuidadosamente todos os seus dados.
2. Utilize letra de forma, colocando uma letra/dígito em cada quadradinho e deixando um espaço em branco entre cada palavra.
3. Lembre-se de assinar o quadro e a lista de presença.
4. A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.
5. A duração da prova é de 3 horas. Você só poderá deixar a sala de prova 45 minutos após o início da prova.
6. Ao terminar a prova, entregue-a ao aplicador.
7. A solução de cada questão deve ser escrita na página reservada para ela, de maneira organizada e legível.
8. Na correção serão considerados todos os raciocínios que você apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens de todas as questões.
9. Respostas sem justificativas não serão consideradas na correção. Não é permitido o uso de calculadora ou qualquer fonte de consulta.
10. Não é permitido comunicar-se com outras pessoas, além do aplicador.
11. Cada questão vale 10 pontos.

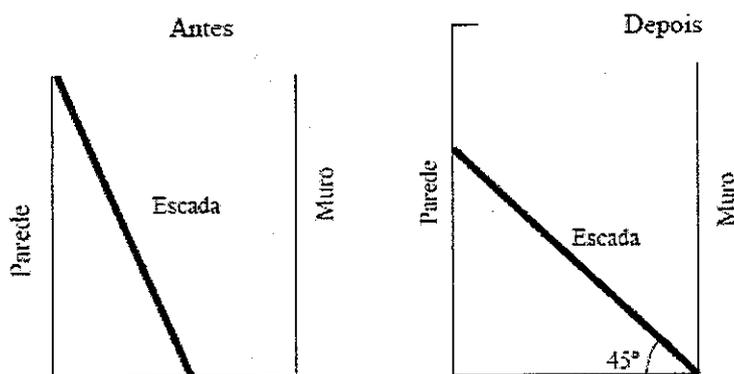
NÍVEL III Respostas sem justificativa não serão consideradas.



Problema 1

Para pendurar bandeirinhas, Marcos encostou uma escada na parede de sua escola. O topo da escada ficou a uma altura de $\sqrt{8,5}$ metros.

Enquanto Marcos subia na escada, a mesma escorregou por meio metro. Após ter escorregado a escada encostou em um muro paralelo a parede de sua casa formando um ângulo de 45° com a horizontal, conforme a figura. Com base nas informações e na ilustração determine a distância entre o muro e a parede da escola. Qual o comprimento da escada?



Problema 2

Rita aplicou R\$ 7200,00 durante determinado tempo a uma taxa de juro simples de 3% ao mês. Quanto ela deveria aplicar a uma taxa de juro simples de 4,5% ao mês para que, no final do mesmo período, o dinheiro aplicado rendesse o mesmo juro?

NÍVEL III Respostas sem justificativa não serão consideradas.



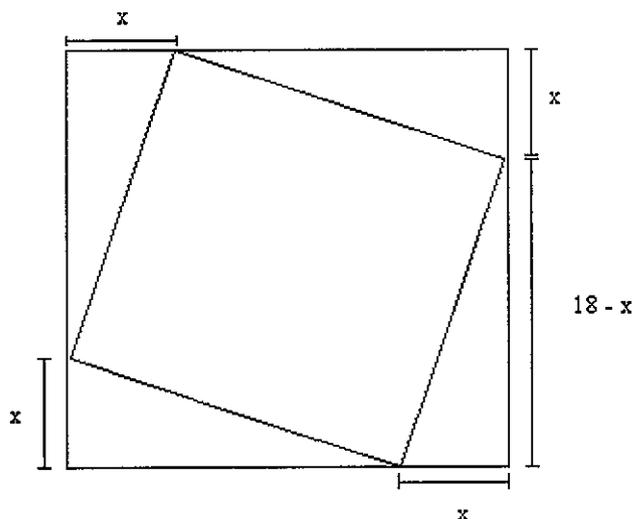
Problema 3

Um quadriculado é dito quadrado mágico se a soma dos números de cada linha, de cada coluna e de cada diagonal é sempre a mesma. Sabendo que $i = \sqrt{-1}$, verifique se o quadrado a seguir é um quadrado mágico e determine a soma de todos os números que compõem o quadrado.

i	i^2	i^4	i^3
i^{11}	i^{20}	i^{42}	i^{33}
i^{15}	i^{24}	i^{46}	i^{37}
i^{13}	i^{26}	i^{44}	i^{31}

Problema 4

Na figura abaixo o quadrado maior tem 18 cm de lado. De acordo com a figura, qual deve ser a medida de x para que um quadrado inscrito tenha a menor área possível? Qual é essa área?



NÍVEL III Respostas sem justificativa não serão consideradas.



Problema 5

Os 40 alunos de uma classe fizeram uma prova contendo 3 questões. Sabe-se que 8 alunos erraram todas as questões, 5 alunos só acertaram a primeira questão, 6 só acertaram a segunda, 7 só acertaram a terceira, 9 acertaram a primeira e a segunda, 10 acertaram a primeira e a terceira e 7 acertaram a segunda e a terceira, determine quantos alunos acertaram as três questões.

Problema 6

Um professor resolveu codificar suas mensagens através da multiplicação de matrizes. Para tanto, associou as letras do alfabeto aos números, segundo a correspondência abaixo:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

Considerou ainda o espaço entre duas palavras como sendo o número zero. Suponhamos

que a mensagem seja “BOA SORTE”. Podemos formar uma matriz 3×3 assim: $\begin{bmatrix} B & O & A \\ - & S & O \\ R & T & E \end{bmatrix}$, que

usando a correspondência numérica fica: $M = \begin{bmatrix} 2 & 14 & 1 \\ 0 & 18 & 14 \\ 17 & 19 & 5 \end{bmatrix}$. Agora seja C uma matriz qualquer

3×3 inversível, por exemplo: $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 3 & 3 & 4 \\ 2 & 2 & 3 \end{bmatrix}$.

NÍVEL III Respostas sem justificativa não serão consideradas.



Multiplicando nossa matriz da mensagem M por C, obtemos $M \cdot C = \begin{bmatrix} 46 & 44 & 61 \\ 82 & 82 & 114 \\ 84 & 67 & 108 \end{bmatrix}$.

Essa será mensagem enviada. Quem recebe a mensagem, decodifica-a através da multiplicação pela inversa de C, isto é, fazendo $((M \cdot C) \cdot C^{-1})$ e posterior transcrição dos números para letras. C é chamada de matriz chave para o código.

Com base nessas informações, supondo que você tenha recebido a matriz $\begin{bmatrix} 94 & 94 & 132 \\ 54 & 51 & 77 \\ 60 & 42 & 74 \end{bmatrix}$, traduza a mensagem.

